

## EXAMEN COMPLETO

La prueba consta de dos partes:

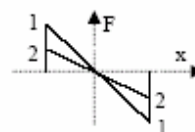
La primera parte consiste en un conjunto de cinco cuestiones de tipo teórico-conceptual o teórico-práctico, de las cuales el alumno debe responder solamente a tres.

La segunda parte consiste en dos repertorios A y B, cada uno de ellos constituido por dos problemas. El alumno debe optar por uno de los dos repertorios y resolver los dos problemas del mismo.

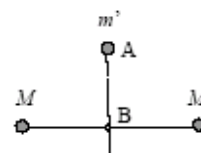
(El alumno podrá hacer uso de calculadora científica no programable)

### PRIMERA PARTE

**Cuestión 1.-** Se tienen dos muelles de constantes elásticas  $k_1$  y  $k_2$  en cuyos extremos se disponen dos masas  $m_1$  y  $m_2$  respectivamente, y tal que  $m_1 < m_2$ . Al oscilar, las fuerzas que actúan sobre cada una de estas masas en función de la elongación aparecen representadas en la figura. a) ¿Cuál es el muelle de mayor constante elástica? b) ¿Cuál de estas masas tendrá mayor período de oscilación?



**Cuestión 2.-** Dos masas iguales,  $M = 20$  kg, ocupan posiciones fijas separadas una distancia de 2 m, según indica la figura. Una tercera masa,  $m' = 0,2$  kg, se suelta desde el reposo en un punto A equidistante de las dos masas anteriores y a una distancia de 1 m de la línea que las une ( $AB = 1$  m). Si no actúan más que la acciones gravitatorias entre estas masas, determine: a) La fuerza ejercida (módulo, dirección y sentido) sobre la masa  $m'$  en la posición A. b) Las aceleraciones de la masa  $m'$  en las posiciones A y B.



**Dato:** Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

**Cuestión 3.-** Una partícula cargada penetra con velocidad  $v$  en una región en la que existe un campo magnético uniforme  $B$ . Determine la expresión de la fuerza ejercida sobre la partícula en los siguientes casos:

a) La carga es negativa, la velocidad es  $\vec{v} = v_0 \vec{j}$  y el campo magnético es:  $\vec{B} = -B_0 \vec{k}$ .

b) La carga es positiva, la velocidad es  $\vec{v} = v_0 (\vec{j} + \vec{k})$  y el campo magnético es:  $\vec{B} = B_0 \vec{j}$ .

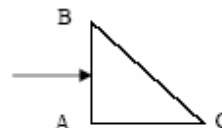
**Nota:** Los vectores  $i$ ,  $j$  y  $k$  son los vectores unitarios según los ejes  $X$ ,  $Y$  y  $Z$  respectivamente.

**Cuestión 4.-** Se tiene un prisma óptico de índice de refracción 1,5 inmerso en el aire. La sección del prisma es un triángulo rectángulo isósceles como muestra la figura.

Un rayo luminoso incide perpendicularmente sobre la cara AB del prisma.

a) Explique si se produce o no reflexión total en la cara BC del prisma.

b) Haga un esquema gráfico de la trayectoria seguida por el rayo a través del prisma. ¿Cuál es la dirección del rayo emergente?



**Cuestión 5.-** Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determine: a) la energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s; b) la longitud de onda de De Broglie asociada al protón moviéndose con la velocidad anterior.

*Datos: Constante de Planck =  $6,63 \cdot 10^{-34}$  J·s; Masa del protón =  $1,67 \times 10^{-27}$  kg; Carga del protón =  $1,6 \times 10^{-19}$  C*

## SEGUNDA PARTE

### REPERTORIO A

**Problema 1.-** Desde la superficie terrestre se lanza un satélite de 400 kg de masa hasta situarlo en una órbita circular a una distancia del centro de la Tierra igual a las 7/6 partes del radio terrestre. Calcule:

- a) La intensidad de campo gravitatorio terrestre en los puntos de la órbita del satélite.
- b) La velocidad y el periodo que tendrá el satélite en la órbita.
- c) La energía mecánica del satélite en la órbita
- d) La variación de la energía potencial que ha experimentado el satélite al elevarlo desde la superficie de la Tierra hasta situarlo en su órbita.

**Datos:** Constante de Gravitación Universal  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$

Radio de la Tierra  $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

**Problema 2.-** Un sistema óptico está formado por dos lentes delgadas convergentes, de distancias focales 10 cm la primera y 20 cm la segunda, separadas por una distancia de 60 cm. Un objeto luminoso de 2 mm de altura está situado 15 cm delante de la primera lente.

- a) Calcule la posición y el tamaño de la imagen final del sistema.
- b) Efectúe la construcción geométrica de la imagen mediante el trazado de rayos correspondiente.

### REPERTORIO B

**Problema 1.-** Dada la expresión matemática de una onda armónica transversal que se propaga en una cuerda tensa de gran longitud:

$y = 0,03 \text{ sen}(2\pi t - \pi x)$  donde  $x$  e  $y$  están expresados en metros y  $t$  en segundos.

- a) ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda?
- b) ¿Cuál es la expresión de la velocidad de oscilación de las partículas de la cuerda? ¿cuál es la velocidad máxima de oscilación?
- c) Para  $t = 0$ , ¿cuál es el valor del desplazamiento de los puntos de la cuerda cuando  $x = 0,5 \text{ m}$  y  $x = 1 \text{ m}$ ?
- d) Para  $x = 1 \text{ m}$ , ¿cuál es el desplazamiento cuando  $t = 0,5 \text{ s}$ ?

**Problema 2.-** Una espira circular de 0,2 m de radio se sitúa en un campo magnético uniforme de 0,2 T con su eje paralelo a la dirección del campo. Determine la fuerza electromotriz inducida en la espira si en 0,1 s y de manera uniforme:

- a) Se duplica el valor del campo.
- b) Se reduce el valor del campo a cero.
- c) Se invierte el sentido del campo.
- d) Se gira la espira un ángulo de 90° en torno a un eje diametral perpendicular a la dirección del campo magnético.

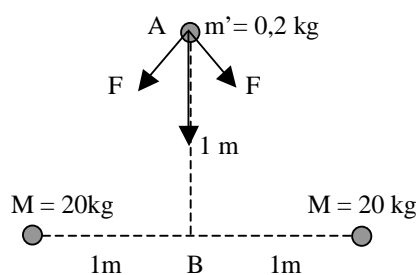
**RESPUESTA:**

**CUESTIONES**

**Cuestión 2.**

a) Calculamos el valor de la fuerza gravitatoria en el punto A. Vamos a obtener dos vectores de módulo igual y cuyas componentes en el eje horizontal (eje X) se van a anular entre si. Solamente sumaremos las componentes verticales.

Como se trata de un triángulo rectángulo con los dos catetos iguales, el ángulo que forman cada una de las fuerzas con la horizontal es 45°.



$$|\vec{F}| = G \frac{Mm}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2 \cdot 0,2}{(\sqrt{1^2 + 1^2})^2} = 1,334 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

El valor de su componente en el eje Y es

$$F_y = |\vec{F}| \cdot \cos 45 = 9,43 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_T| = 2F_y = 1,89 \cdot 10^{-11} \text{ N} \quad \vec{F}_T = -1,89 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$$

b) La aceleración en el punto A la calculamos dividiendo el valor de la fuerza aplicada entre la masa m':

$$\vec{a}_A = \frac{\vec{F}_T}{m'} = \frac{-1,89 \cdot 10^{-11} \vec{j}}{0,2} = -9,45 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ m/s}^2$$

En el punto B como está equidistante a las dos masas el valor del campo gravitatorio es nulo, por lo tanto también lo es la fuerza y la aceleración.

$$\vec{a}_B = 0 \text{ m/s}^2$$

**Cuestión 3 Aplicamos el valor de la fuerza de Lorentz a cada caso:**

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

a) La carga es negativa,  $-q$ ;  $\vec{v} = v_0 \vec{j}$  y  $\vec{B} = B_0 \vec{k}$

$$\vec{F} = -q(v_0 \vec{j} \times B_0 \vec{k}) = -qv_0 B_0 \vec{i}$$

b) La carga es positiva,  $q$ ;  $\vec{v} = v_0(\vec{j} + \vec{k})$  y  $\vec{B} = B_0 \vec{j}$

$$\vec{F} = -q(v_0(\vec{j} + \vec{k}) \times B_0 \vec{j}) = -qv_0 B_0 \vec{i}$$

**Cuestión 4 a) Al incidir perpendicularmente en la primera cara, no sufre refracción de modo que llega a la segunda cara formando un ángulo de  $45^\circ$  con la normal. Aplicamos la ley de la refracción para calcular el ángulo de salida.**

$$n_v \sin i = n_a \sin r$$

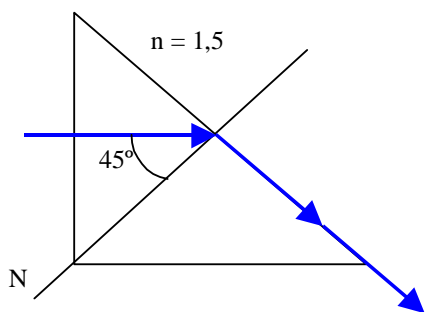
$$1,5 \cdot \sin 45 = 1 \cdot \sin r \Rightarrow r = \arcsen(1,5 \cdot \sin 45) = \arcsen(1,06)$$

No se puede calcular porque no hay ningún ángulo cuyo seno sea mayor que la unidad. Calculamos cuál será el ángulo límite.

$$1,5 \cdot \sin i_L = 1 \cdot \sin 90 \Rightarrow i_L = \arcsen\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,8^\circ$$

Al incidir con un ángulo superior al ángulo límite se produce la reflexión total.

b) El rayo emergente forma un ángulo de  $45^\circ$  con el incidente.



**PROBLEMAS BLOQUE B****1. a) Comparamos la ecuación dada con la ecuación general de una onda:**

$$y = A \sin(\omega t - kx)$$

**Como:**

$$v_p = \frac{\lambda}{T} \left\{ \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} \end{array} \right\} v_p = \frac{2\pi/k}{2\pi/\omega} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \text{ m/s}$$

**b) Derivamos la expresión de la posición para obtener la expresión de la velocidad.**

$$v(x, t) = \frac{dx(x, t)}{dt} = 2\pi \cdot 0,03 \cdot \cos(2\pi t - \pi x)$$

**La máxima velocidad se obtiene cuando el coseno vale la unidad:**

$$v_{\max} = 2\pi \cdot 0,03 = 0,188 \text{ m/s}$$

**c) Sustituimos para los valores dados:**

$$t = 0 \text{ s}, \quad x = 0,5 \text{ m}$$

$$y(0;0,5) = 0,03 \cdot \sin(-0,5\pi) = -0,03 \text{ m}$$

$$t = 0 \text{ s}, \quad x = 1 \text{ m}$$

$$y(0,1) = 0,03 \cdot \sin(-\pi) = 0 \text{ m}$$

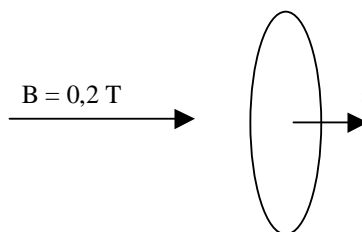
**d) Sustituimos para los valores dados:**

$$t = 0,5 \text{ s}, \quad x = 1 \text{ m}$$

$$y(0,5;1) = 0,03 \cdot \sin(\pi - \pi) = 0 \text{ m}$$

**2.-****Consideraremos la espira y el campo en la posición dibujadas.****El valor de la f.e.m. se obtiene a partir de la expresión:**

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$

**donde  $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{s}$** 

**El valor de la superficie es:**

$$s = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (0,2)^2 = 0,216 \text{ m}^2$$

**El de B lo calcularemos para cada apartado.**

**a) Consideraremos que el campo magnético es de la forma:**

$$B = B_0 + at = 0,2 + at$$

**Calculamos a:**

$$0,4 = 0,2 + a \cdot 0,1 \Rightarrow a = 2$$

$$B = 0,2 + 2t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d((0,2 + 2t) \cdot 0,126)}{dt} = -0,252 \text{ V}$$

**b) Calculamos a:**

$$0 = 0,2 + a \cdot 0,1 \Rightarrow a = -2$$

$$B = 0,2 - 2t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d((0,2 - 2t) \cdot 0,126)}{dt} = 0,252 \text{ V}$$

**c) Calculamos a:**

$$-0,2 = 0,2 + a \cdot 0,1 \Rightarrow a = -4$$

$$B = 0,2 - 4t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d((0,2 - 4t) \cdot 0,126)}{dt} = 0,504 \text{ V}$$

**d) Lo que cambia ahora es la superficie de la espira.**

$$s = s_0 \cos \omega t \quad \omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\pi/2}{0,1} = 5\pi$$

$$s = s_0 \cos 5\pi t$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot \frac{ds}{dt} = -0,2(-5\pi s_0 \cdot \sin 5\pi \cdot 0,1) = 0,2 \cdot 5\pi \cdot 0,125 = 0,396 \text{ V}$$