

EXAMEN COMPLETO

La prueba consta de dos partes:

La primera parte consiste en un conjunto de cinco cuestiones de tipo teórico. Conceptual o teórico-práctico, de las cuales el alumno debe responder solamente a tres.

La segunda parte consiste en dos repertorios A y B, cada uno de ellos constituido por dos problemas. El alumno debe optar por uno de los dos repertorios y resolver los dos problemas del mismo.

(El alumno podrá hacer uso de calculadora científica no programable)

PRIMERA PARTE

Cuestión 1.- La luz solar tarda 8,31 minutos en llegar a la Tierra y 6,01 minutos en llegar a Venus. Suponiendo que las órbitas descritas por ambos planetas son circulares, determine: a) el periodo orbital de Venus en torno al Sol sabiendo que el de la Tierra es de 365,25 días; b) La velocidad con que se desplaza Venus en su órbita.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Cuestión 2.- Una partícula oscila con movimiento armónico simple según el eje Y en torno al origen de coordenadas, originando una onda transversal que se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 20 m s^{-1} , una amplitud de 0,02 m y una frecuencia de 10 Hz. Determine:

- El periodo y la longitud de onda.
- La expresión matemática de la onda si en $t = 0$ a partícula situada en el origen esta en la posición máxima de elongación positiva.

Cuestión 3. a) Defina el concepto de ángulo límite y determine su expresión para el caso de dos medios de índices de refracción n_1 y n_2 , si $n_1 > n_2$.

b) Sabiendo que el ángulo límite definido en un medio material y el aire es 60° , determine la velocidad de la luz en dicho medio.

Dato: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Cuestión 4.- En una región del espacio existe un campo magnético uniforme dirigido en el sentido negativo del eje Z. Indique mediante un esquema la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre una carga, en los siguientes casos:

- La carga es positiva y se mueve en el sentido positivo del eje Z.
- La carga es negativa y se mueve en el sentido positivo del eje X.

Cuestión 5.- El trabajo de extracción para el sodio es de 2,5 eV. Calcule:

- La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 m/s.
- La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con una velocidad de 10^7 m/s.

Datos: Constante de Planck $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J·s; Velocidad de la luz en el vacío $c = 3 \cdot 10^8$ m/s

Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C Masa del electrón $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg

SEGUNDA PARTE**REPERTORIO A**

1. Un planeta esférico tiene 3200 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es $6,2 \text{ m/s}^2$. Calcule:

- La densidad media del planeta y la velocidad de escape desde su superficie.
- La energía que hay que comunicar a un objeto de 50 kg de masa para lanzarlo desde la superficie del planeta y ponerlo en órbita circular alrededor del mismo de forma que su periodo sea de 2 horas.

Dato: Constante de Gravitación Universal $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

2. Una espira conductora circular de 4 cm de radio y de $0,5 \Omega$ de resistencia está situada inicialmente en el plano XY. La espira se encuentra sometida a la acción de un campo magnético uniforme B, perpendicular al plano de la espira y en el sentido positivo del eje Z.

- Si el campo magnético aumenta a razón de $0,6 \text{ T/s}$, determine la fuerza electromotriz y la intensidad de la corriente inducida en la espira, indicando el sentido de la misma.
- Si el campo magnético se estabiliza en un valor constante de $0,8 \text{ T}$, y la espira gira alrededor de uno de sus diámetros con velocidad angular constante de $10\pi \text{ rad/s}$, determine en estas condiciones el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida.

REPERTORIO B

1. Un objeto luminoso de 2 cm de altura está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto. Determine:

- La posición del objeto respecto a la lente y la clase de lente necesaria.
- La distancia focal de la lente y efectúe la construcción geométrica de la imagen.

2. Dos cargas eléctricas en reposo de valores $q_1 = 2 \text{ mC}$ y $q_2 = -2 \text{ mC}$, están situadas en los puntos (0,2) y (0,-2) respectivamente, estando las distancias en metros. Determine:

- El campo eléctrico creado por esta distribución de cargas en el punto A de coordenadas (3,0).
- El potencial en el citado punto A y el trabajo necesario para llevar una carga de 3 mC desde dicho punto hasta el origen de coordenadas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$

SOLUCION CUESTIONES

1.- Calculamos el radio de órbita de cada planeta.

$$t_T = 8,31 \text{ min} \Rightarrow r_T = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot 8,31 \cdot 60 = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

$$t_V = 6,01 \text{ min} \Rightarrow r_V = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot 6,01 \cdot 60 = 1,082 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

Aplicamos la tercera ley de Kepler que dice que el cuadrado del periodo de los planetas es proporcional al cubo de los radios de sus órbitas:

$$T^2 = Kr^3 \Rightarrow \frac{T^2}{r^3} = K$$

Igualando para ambos planetas:

$$\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{T_V^2}{r_V^3}; \quad T_V = \sqrt{\frac{r_V^3 \cdot T_T^2}{r_T^3}} = \sqrt{\frac{1,267 \cdot 10^{33}}{3,348 \cdot 10^{33}}} \cdot 365,25 = 224,63 \text{ días}$$

3.- a) Analizando la ley de la refracción de la luz se deduce que un rayo se acerca a la normal cuando pasa de un medio a otro con índice de refracción mayor, y que el rayo se aleja de la normal cuando pasa de un medio de mayor índice de refracción a otro de menor.

En este último caso, debe existir una dirección para la que el rayo refractado forme un ángulo de 90° con la normal y los rayos que inciden con un ángulo superior a él, no pasará al segundo medio.

Este ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90° se conoce como ángulo límite.

$$n_1 \sin \alpha_L = n_2 \sin 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha_L = \frac{n_2}{n_1}; \quad \alpha_L = \arcsen\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

b) Ahora que conocemos el ángulo límite calculamos el valor del índice de refracción en el medio material a partir de la misma expresión.

$$n_1 \sin \alpha_L = n_2 \sin 90^\circ$$

$$n_1 \sin 60 = 1; \quad n_1 = \frac{1}{\sin 60} = 1,155$$

Como el índice de refracción es el cociente entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio, calculamos su valor.

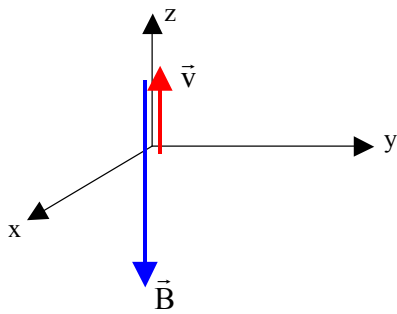
$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,155} = 2,6 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

4.- La fuerza creada por un campo magnético se obtiene a partir de la expresión:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = q \cdot v \cdot B \sin \hat{v}B$$

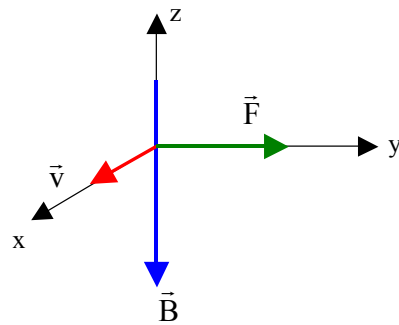
Aplicando la regla del tornillo entre la velocidad de la partícula y el campo magnético:

a)



Como $\hat{v}B = 180^\circ$ y $\sin 180^\circ = 0$ la $\vec{F} = 0$

b)



La fuerza está dirigida en el sentido positivo del eje Y

REPERTORIO A

1.- a) De la expresión que nos proporciona el valor del campo magnético, despejamos el valor de la masa del planeta:

$$g = G \frac{M}{R^2}; \quad M = \frac{gR^2}{G} = \frac{6,2 \cdot (3,2 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 9,52 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

El valor de la densidad se obtiene a partir de la relación entre la masa y el volumen.

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{3 \cdot 9,52 \cdot 10^{23}}{4 \cdot \pi \cdot (3,2 \cdot 10^6)^3} = 6935,8 \text{ kg/m}^3 \approx 6,9 \text{ g/cm}^3$$

Para calcular su velocidad de escape igualamos a cero el valor de la energía de un supuesto cuerpo de masa “m” que se encuentre en su superficie.

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G \frac{Mm}{r} = 0$$
$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9,52 \cdot 10^{23}}{3,2 \cdot 10^6}} = 6299,72 \text{ m/s} \approx 6,3 \text{ km/s}$$

b) La energía de un satélite en una órbita es la suma de la cinética y de la potencial:

$$E = E_c + E_p = G \frac{Mm}{2r} - G \frac{Mm}{r} = -G \frac{Mm}{2r}$$

Aplicando el principio de conservación de la energía, el satélite debe ser lanzado con una E_{c0} que sumada a la potencial que posee en la superficie del planeta sea igual al total de la energía en la órbita.

$$E_{c0} - G \frac{Mm}{R} = -G \frac{Mm}{2r}; \quad E_{c0} = GMm \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{2r} \right)$$

Calculamos el radio que tiene que tener la órbita para que el satélite tenga un periodo de dos horas.

$$T = 2 \cdot 60 \cdot 60 = 7200 \text{ s}$$
$$v = \frac{2\pi r}{T}; \quad T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{G \frac{M}{r}}}; \quad T^2 = \frac{4\pi}{GM} r^3$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2} T^2} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9,52 \cdot 10^{23}}{4\pi^2} (7200)^2} = 4368738 \text{ m} \approx 4,37 \cdot 10^6 \text{ m}$$

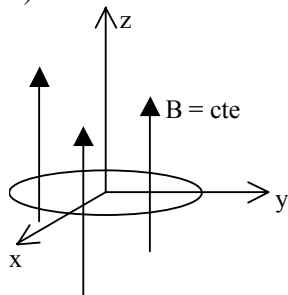
Sustituyendo en la expresión de la energía cinética:

$$E_{c0} = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9,52 \cdot 10^{23} \cdot 50 \left(\frac{1}{3,2 \cdot 10^6} - \frac{1}{8,74 \cdot 10^6} \right) = 6,27 \cdot 10^8 \text{ J}$$

2.- Calculamos el valor del área de la espira en unidades del sistema internacional

$$S = \pi \cdot R^2 = 43,98 \text{ cm}^2 = 4,4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

a)



La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S)}{dt} = -\left[\frac{dB}{dt} \cdot S + B \frac{dS}{dt} \right]$$

Como la superficie de la espira no varía en ningún momento, la única aportación a la variación de flujo la hace el campo:

$$\varepsilon = -\frac{dB}{dt} \cdot S = -0,6 \cdot 4,4 \cdot 10^{-3} = -2,64 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

Aplicando la ley de Ohm:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{-2,64 \cdot 10^{-3}}{0,5} = 5,28 \cdot 10^{-3} \text{ A}$$

El sentido de la corriente debe producir un flujo que se oponga a la variación del existente, de modo que la corriente debe recorrer la espira en el mismo sentido que las agujas del reloj.

b) En este caso la variación del flujo se debe a la de la superficie.

$$S = S_0 \cos \omega t$$

$$\varepsilon = -B \frac{dS}{dt} = BS_0 \omega \sin \omega t = 0,8 \cdot 4,4 \cdot 10^{-3} \cdot 10\pi \cdot \sin 10\pi t \text{ V}$$

Como la fuerza electromotriz es sinusoidal, presenta sus máximos cuando el seno valga la unidad.

$$\sin 10\pi t = 1; \quad 10\pi t = \frac{\pi}{2} + 2n\pi; \quad t = \frac{1}{20} + \frac{2n}{10} = \frac{4n+1}{20} \text{ s}$$