

La prueba consta de dos partes:

La primera parte consiste en un conjunto de cinco cuestiones de tipo teórico, conceptual o teórico-práctico, de las cuales el alumno debe responder solamente a tres.

La segunda parte consiste en dos repertorios A y B, cada uno de ellos constituido por dos problemas. El alumno debe optar por uno de los dos repertorios y resolver los dos problemas del mismo.

PRIMERA PARTE

1. Un planeta esférico tiene un radio de 3000 km, y la aceleración de la gravedad en su superficie es 6 m/s^2 .

a) ¿Cuál es su densidad media?

b) ¿Cuál es la velocidad de escape para un objeto situado en la superficie de este planeta?

Dato : Constante de Gravitación Universal $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

2. Escriba la expresión matemática de una onda armónica unidimensional como una función de x (distancia) y t (tiempo) y que contenga las magnitudes indicadas en cada uno de los siguientes apartados:

a) frecuencia angular ω y velocidad de propagación v

b) período T y longitud de onda λ

c) frecuencia angular ω y número de onda k .

d) Explique por qué es una función doblemente periódica.

3. Una bobina de sección circular gira alrededor de uno de sus diámetros en un campo magnético uniforme de dirección perpendicular al eje de giro. Sabiendo que el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida es de 50 V cuando la frecuencia es de 60 Hz, determine el valor máximo de la fuerza electromotriz inducida:

a) Si la frecuencia es 180 Hz en presencia del mismo campo magnético.

b) Si la frecuencia es 120 Hz y el valor del campo magnético se duplica

4. Un objeto luminoso se encuentra delante de un espejo esférico cóncavo. Efectúe la construcción geométrica de la imagen e indique su naturaleza si el objeto está situado a una distancia igual, en valor absoluto, a:

a) La mitad de la distancia focal del espejo.

b) El triple de la distancia focal del espejo.

5. a) ¿Qué velocidad ha de tener un electrón para que su longitud de onda de De Broglie sea 200 veces la correspondiente a un neutrón de energía cinética 6 eV?

b) ¿Se puede considerar que el electrón a esta velocidad es no relativista?

Datos:

Masa del electrón = $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Masa del neutrón = $1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Velocidad de la luz en el vacío = $3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$

Masa del electrón = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

SEGUNDA PARTE

OPCIÓN A

1. La velocidad angular con la que un satélite describe una órbita circular en torno al planeta Venus es $\omega_1 = 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$ y su momento angular respecto al centro de la órbita es $L_1 = 2,2 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \text{s}^{-1}$.

a) Determine el radio r_1 de la órbita del satélite y su masa.

b) ¿Qué energía sería preciso invertir para cambiar a otra órbita circular con velocidad angular $\omega_2 = 10^{-4} \text{ rad/s}$?

Datos:

Constante de Gravitación Universal $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{kg}^{-2}$

Masa de Venus $M_v = 4,87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

2. Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas convergentes de igual distancia focal ($f=10 \text{ cm}$) separadas 40 cm . Un objeto lineal de altura 1 cm se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm .

Determine:

a) La posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada por la primera lente.

b) La posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción geométrica.

OPCIÓN B

1. Una masa de 2 kg está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora es $k=10 \text{ N/m}$. El muelle se comprime 5 cm desde la posición de equilibrio ($x=0$) y se deja en libertad.

Determine:

a) La expresión de la posición de la masa en función del tiempo, $x=x(t)$.

b) Los módulos de la velocidad y de la aceleración de la masa en un punto situado a 2 cm de la posición de equilibrio.

c) La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria

d) La energía mecánica del sistema oscilante.

Nota: Considere que los desplazamientos respecto a la posición de equilibrio son positivos cuando el muelle está estirado.

2. Se tienen tres cargas situadas en los vértices de un triángulo equilátero cuyas coordenadas (expresadas en cm) son:

A (0,2), B($-\sqrt{3}$,1) C($\sqrt{3}$,1)

Sabiendo que las cargas situadas en los puntos B y C son idénticas e iguales a $2 \mu\text{C}$ y que el campo eléctrico en el origen de coordenadas (centro del triángulo) es nulo, determine:

a) El valor y el signo de la carga situada en el punto A.

b) El potencial en el origen de coordenadas.

Datos: Constante de la Ley de Coulomb $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 / \text{C}^2$

SOLUCIÓN

PRIMERA PARTE

1.

a) La densidad se calcula mediante el cociente de la masa del planeta y el volumen. Como conocemos el radio el volumen se puede calcular directamente mediante la expresión:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (3000 \cdot 10^3)^3 = 1,13 \cdot 10^{20} \text{ m}^3$$

El campo gravitatorio creado en las proximidades del planeta coincide con el valor de la gravedad en ese planeta:

$$g = G \cdot \frac{M}{R^2} \Rightarrow M = \frac{g \cdot R^2}{G} = \frac{6 \cdot (3000 \cdot 10^3)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 8 \cdot 10^{23} \text{ Kg}$$
$$d = \frac{M}{V} = \frac{8 \cdot 10^{23}}{1,13 \cdot 10^{20}} = \mathbf{7079,64 \text{ kg/m}^3}$$

b) La velocidad de escape se calcula con la siguiente expresión:

$$V_e = \sqrt{\frac{2 \cdot GM}{R}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot R} = 6000 \text{ m/s} = \mathbf{6 \text{ Km/s}}$$

2.

$$\text{a) } y(x, t) = A \cdot \text{sen} \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$$

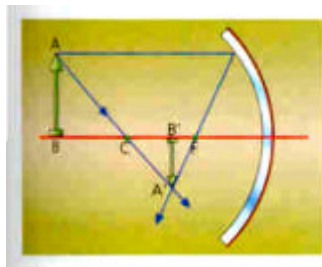
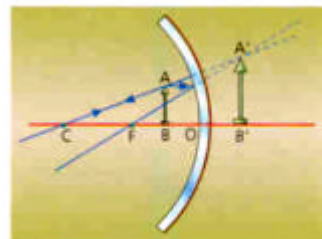
$$b) \left. \begin{array}{l} v = \frac{\lambda}{T} \\ \omega = \frac{2\pi}{T} \end{array} \right\} \Rightarrow y(x, t) = A \cdot \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$c) \left. \begin{array}{l} \omega = \frac{2\pi}{T} \\ k = \frac{2\pi}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow y(x, t) = A \cdot \sin(\omega t - kx)$$

d) La función es doblemente periódica, porque la función sinusoidal tiene una doble dependencia, temporal y espacial.

4.

a) El objeto real está situado a la mitad de distancia que el foco del espejo. Como se puede ver en la figura, la imagen obtenida es virtual, derecha y de mayor tamaño que la real.



b) En este caso, el objeto está situado al triple de la distancia focal del espejo, por lo que según el diagrama de rayos, la imagen obtenida es real, invertida y de menor tamaño que la real.

SEGUNDA PARTE

OPCIÓN A

1.

a) Para que el satélite esté en una órbita estable alrededor de Venus debe cumplirse:

$$\left. \begin{array}{l} G \frac{M_v \cdot m_s}{R^2} = m_s \frac{v_s^2}{R} \\ v_s = w_s \cdot R \end{array} \right\} \Rightarrow G \frac{M_v}{R^2} = \frac{w_s^2 \cdot R^2}{R} \Rightarrow R = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_v}{w_s^2}} = 24906130 \text{ m}$$

Ahora, utilizando el dato del momento angular se obtiene la masa del satélite:

$$L_1 = R \cdot m_s \cdot v_s = m_s \cdot w_s \cdot R^2 \Rightarrow m_s = \frac{L_1}{R^2 \cdot w_s} = \mathbf{24,45 \text{ Kg}}$$

b) Vamos a calcular el radio de la nueva órbita con $w_2 = 10^{-4} \text{ rad/s}$:

$$R_2 = \sqrt[3]{\frac{G \cdot M_v}{w_2^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,87 \cdot 10^{24}}{(10^{-4})^2}} = 31906923 \text{ m}$$

$$W = E_{p1} - E_{p2} = G \cdot M_v \cdot m_s \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = \mathbf{-69966435 \text{ J}}$$

2.

a) Se empieza resolviendo la lente de la izquierda. Aplicando la ecuación general de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-15} + \frac{1}{10} = \frac{5}{150} \Rightarrow s'_1 = \mathbf{30 \text{ cm}}$$
$$\frac{y'_1}{y_1} = \frac{s'_1}{s_1} \Rightarrow y'_1 = \frac{30}{-15} y_1 = -2 \cdot y_1 \Rightarrow y'_1 = \mathbf{-2 \text{ cm}}$$

La imagen es virtual, inversa y de mayor tamaño que la real

b) Ahora utilizamos la imagen generada por la primera lente, como entrada a la segunda lente:

$$s_2 = 40 - s'_1 = 10 \text{ cm}$$
$$y_2 = y'_1 = -2 \text{ cm}$$

Con esto datos, haciendo el diagrama de rayos se puede observar que nunca se cruzan, lo que implica que no se obtendrá ninguna imagen. Si se utiliza la ecuación general de las lentes se obtiene el mismo resultado:

$$\frac{1}{s'_2} - \frac{1}{s_2} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{-10} + \frac{1}{10} = 0 \Rightarrow s'_2 = \infty$$

