



**INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN**

Después de leer atentamente todas las preguntas, el alumno deberá escoger **una** de las dos opciones propuestas y responder a las cuestiones de la opción elegida.

**CALIFICACIÓN:** Cada pregunta se valorará sobre 2 puntos (1 punto cada apartado).

**TIEMPO:** 90 minutos.

**OPCIÓN A**

**Pregunta 1.-** Titania, satélite del planeta Urano, describe una órbita circular en torno al planeta. Las aceleraciones de la gravedad en la superficies de Urano y de Titania son  $g_U = 8,69 \text{ m s}^{-2}$  y  $g_t = 0,37 \text{ m s}^{-2}$ , respectivamente. Un haz de luz emitido desde la superficie de Urano tarda 1,366 s en llegar a la superficie de Titania. Determine:

- El radio de la órbita de Titania alrededor de Urano (distancia entre los centros de ambos cuerpos).
- El tiempo que tarda Titania en dar una vuelta completa alrededor de Urano, expresado en días terrestres.

*Datos:* Constante de Gravitación Universal,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$ ; Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ; Masa de Urano,  $M_U = 8,69 \cdot 10^{25} \text{ kg}$ ; Masa de Titania  $M_t = 3,53 \cdot 10^{21} \text{ kg}$ .

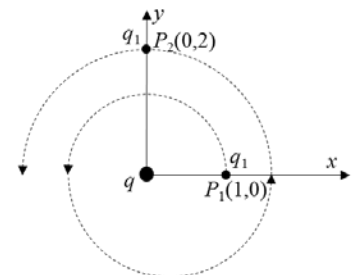
**Pregunta 2.-** Una onda armónica transversal de 2 mm de amplitud y 250 Hz de frecuencia, se propaga con una velocidad de  $250 \text{ m s}^{-1}$  en el sentido positivo del eje X.

- Determine el período, la longitud de onda, número de onda y la frecuencia angular de la onda.
- Si en el instante inicial la elongación de un punto de abscisa  $x = 3 \text{ m}$  es  $y = -2 \text{ mm}$ , determine, en el mismo instante, el valor de la elongación de un punto de abscisa  $x = 2,75 \text{ m}$ .

**Pregunta 3.-** Una carga puntual,  $q = 3 \mu\text{C}$ , se encuentra situada en el origen de coordenadas, tal y como se muestra en la figura. Una segunda carga  $q_1 = 1 \mu\text{C}$  se encuentra inicialmente en el punto  $P_1(1,0) \text{ m}$  y, recorriendo la espiral de la figura, llega al punto  $P_2(0,2) \text{ m}$ . Determine:

- La diferencia de potencial entre los puntos  $P_1$  y  $P_2$ .
- El trabajo realizado para llevar la carga  $q_1$  del punto  $P_1$  al  $P_2$ .

*Datos:* Constante de la Ley de Coulomb;  $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$



**Pregunta 4.-** Se desea obtener una imagen virtual de doble tamaño que un objeto. Si se utiliza:

- Un espejo cóncavo de 40 cm de distancia focal, determine las posiciones del objeto y de la imagen respecto al espejo.
- Una lente delgada de una dioptría de potencia, determine las posiciones del objeto y de la imagen respecto a la lente.

**Pregunta 5.-** La masa de cierto isótopo radiactivo decae a un octavo de su cantidad original en un tiempo de 5 h. Determine:

- La constante de desintegración de dicho isótopo y su vida media.
- El tiempo que debe transcurrir para que la masa de dicho isótopo sea un 10% de la masa inicial.

## OPCIÓN B

**Pregunta 1.-** Un cierto planeta esférico tiene de masa el doble de la masa de la Tierra, y la longitud de su circunferencia ecuatorial mide la mitad de la de la Tierra. Calcule:

- a) La relación que existe entre la velocidad de escape en la superficie de dicho planeta con respecto a la velocidad de escape en la superficie de la Tierra.
- b) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta.

*Dato: Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra,  $g_T = 9,81 \text{ m s}^{-2}$ .*

**Pregunta 2.-** Una masa puntual de 2 g unida a un muelle de masa despreciable se mueve con una velocidad dada por la expresión:  $v(t) = 5 \text{ sen} \left( \frac{\pi}{2} t + \frac{3\pi}{2} \right) \text{ cm s}^{-1}$ . Determine:

- a) La amplitud de oscilación y la fase inicial del movimiento.
- b) Las energías cinética y potencial en el instante  $t = 1 \text{ s}$ .

**Pregunta 3.-** Una barra metálica, inicialmente coincidente con el eje Y, se desplaza a lo largo del sentido positivo del eje X con una velocidad constante  $v = 2 \text{ m s}^{-1}$ . En toda esta región del espacio existe un campo magnético uniforme, dirigido en el sentido positivo del eje Z, de valor  $B = 10^{-4} \text{ T}$ . Calcule:

- a) La fuerza magnética que experimenta un electrón de la barra metálica.
- b) El campo eléctrico necesario para compensar la mencionada fuerza magnética.

*Dato: Valor absoluto de la carga del electrón,  $e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .*

**Pregunta 4.-** Un foco luminoso puntual está situado en el fondo de un recipiente lleno de agua cubierta por una capa de aceite. Determine:

- a) El valor del ángulo límite entre los medios aceite y aire.
- b) El valor del ángulo mínimo, con respecto a la normal al fondo del recipiente, de un rayo de luz procedente del foco luminoso para que se produzca el fenómeno de la reflexión total en la superficie de separación entre el aceite y el aire.

*Datos: Índices de refracción de los medios,  $n_{\text{aire}} = 1$ ,  $n_{\text{agua}} = 1,33$ ,  $n_{\text{aceite}} = 1,48$*

**Pregunta 5.-**

- a) Calcule la velocidad de los átomos de Helio que tienen asociada una longitud de onda de De Broglie de 0,103 nm.
- b) La función de trabajo para la plata (Ag) es de 4,7 eV. Sobre la superficie de dicho metal incide luz ultravioleta de longitud de onda  $\lambda = 200 \text{ nm}$ . Calcule el potencial de frenado necesario para parar los electrones emitidos por la plata.

*Datos: Masa del núcleo de Helio,  $m_{\text{He}} = 6,62 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ; Velocidad de la luz en el vacío,  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ ; Valor absoluto de la carga del electrón,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; Constante de Planck,  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ .*

## SOLUCIONES

### FÍSICA

#### OPCIÓN A

##### **Pregunta 1.-**

a) El radio orbital es:

$$r = R_u + R_t + d$$

Donde  $R_u$  es el radio de Urano,  $R_t$  es el radio de Titania y  $d$  es la distancia desde la superficie de Urano hasta la superficie de Titania. El valor de  $d$  se obtiene a partir del tiempo que tarda la luz en ir desde una superficie a la otra:

$$d = ct = 3,0 \cdot 10^8 \times 1,366 = 4,098 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Los valores de  $R_u$  y  $R_t$  pueden obtenerse a partir de los valores de la aceleración de la gravedad en las superficies de Urano y de Titania.

$$g_u = \frac{GM_u}{R_u^2} \Rightarrow R_u = \sqrt{\frac{GM_u}{g_u}}; \text{ de la misma forma, se cumple } R_t = \sqrt{\frac{GM_t}{g_t}}. \text{ Por tanto:}$$

$$R_u = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 8,69 \cdot 10^{25}}{8,69}} = 2,5826 \cdot 10^7 \text{ m} \text{ y } R_t = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 35,27 \cdot 10^{20}}{0,37}} = 7,98 \cdot 10^5 \text{ m}$$

Luego el radio orbital de Titania es:

$$r = 2582,6 \cdot 10^4 + 79,74 \cdot 10^4 + 40980 \cdot 10^4 = 43642,4 \cdot 10^4 = 4,36424 \cdot 10^8 \text{ m}$$

Luego el valor del radio orbital es  $r = 436424 \text{ km}$ .

b) Dado que la órbita de Titania es circular se cumple:

$$\frac{M_t v^2}{r} = \frac{GM_u M_t}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_u}{r}. \text{ Por otro lado: } v = \omega r = \frac{2\pi}{T} r. \text{ Por consiguiente:}$$

$$\left(\frac{2\pi}{T} r\right)^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} r^2 = \frac{GM_u}{r} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{GM_u} r^3 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM_u} r^3}$$

Sustituyendo los valores de las diferentes magnitudes:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \times (436424 \cdot 10^3)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \times 8,69 \cdot 10^{25}}} = 752436,754 \text{ s}$$

Como un día terrestre son:  $24 \times 3600 = 86400$  segundos. El periodo orbital en días terrestres es:

$$\frac{752436,754}{86400} = 8,7087. \text{ Luego el periodo orbital es de } 8,71 \text{ días terrestres.}$$

### Pregunta 2.-

$$a) T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{250 \text{ s}^{-1}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}; \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{250}{250} = 1 \text{ m}; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \text{ m}^{-1}.$$

$$\omega = 2\pi\nu = 500\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1};$$

$$b) \text{ La ecuación de la onda: } y_{(x,t)} = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Como las condiciones de vibración no son las del foco, hay que calcular la fase inicial con las condiciones de vibración del punto de  $x = 3 \text{ m}$ .

$$y_{(3,0)} = 2 \cdot 10^{-3} \cos(500\pi \cdot 0 - 2\pi \cdot 3 + \varphi_0) \Rightarrow$$
$$-2 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{-3} \cos(-6\pi + \varphi_0) \Rightarrow \varphi_0 = \pi \text{ rad}$$

La elongación del punto situado en  $x = 2,75$  será:

$$y_{(2,75, 0)} = 2 \cdot 10^{-3} \cos(-2\pi \cdot 2,75 + \pi) = 0 \text{ m}$$

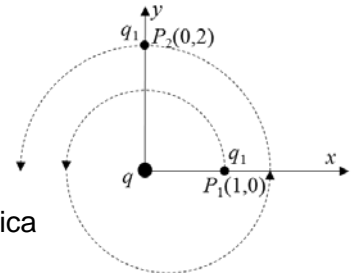
### Pregunta 3.-

Ni el trabajo ni la diferencia de potencial dependen del camino, luego,

$$a) V_{P_2} - V_{P_1} = Kq \left( \frac{1}{2} - 1 \right) = -0,5Kq = 13,5 \cdot 10^3 \text{ V.}$$

$$V_{P_1} - V_{P_2} = -(V_{P_2} - V_{P_1}) = 13,5 \cdot 10^3 \text{ V.}$$

$$b) W_{P_1-P_2} = q_1(V_{P_1} - V_{P_2}) = 10^{-6} \text{ C} \cdot 13,5 \cdot 10^3 \text{ V} = 13,5 \cdot 10^{-3} \text{ J.}$$
 Que sea positivo significa que lo realiza el campo eléctrico.



### Pregunta 4.-

a) El objeto tiene que estar situado entre el foco y el polo del espejo cóncavo para que la imagen sea virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = 2 \Rightarrow s' = -2s$$

Utilizando la ecuación fundamental del espejo esférico:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{-2s} + \frac{1}{s} = \frac{1}{-40} \Rightarrow s = -20 \text{ cm} \Rightarrow s' = 40 \text{ cm}$$

b) El objeto tiene que estar situado entre el foco y el centro óptico de la lente para que la imagen sea virtual, derecha y de mayor tamaño que el objeto.

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 2 \Rightarrow s' = 2s$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{100} \Rightarrow s = -50 \text{ cm} \Rightarrow s' = -100 \text{ cm}$$

### Pregunta 5.-

- a) Como se trata de núcleos de un mismo isótopo el número de núcleos y la masa son proporcionales. La constante de desintegración la calculamos a partir de la expresión:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{1}{8} N_0 = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 8 = \lambda t \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 8}{5 \times 3600} = 1,16 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Y la vida media vale  $\tau = \frac{1}{\lambda} = 8656,17 \text{ s}$

- b) Para calcular el tiempo que tarda la masa del isótopo en desintegrarse hasta quedar reducida al 10% de su masa original utilizamos la misma expresión que en a):

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow 0,1 N_0 = N_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln 0,1 = -1,16 \times 10^{-4} t \Rightarrow t = -\frac{\ln 0,1}{1,16 \times 10^{-4}} = 19849,87 \text{ s} = 5,51 \text{ h}$$

## OPCIÓN B

### Pregunta 1.-

- a) La masa del planeta es el doble de la masa de la Tierra:  $M_p = 2 \cdot M_T$ . La longitud de la circunferencia del planeta es la mitad de la de la Tierra, y como  $L = 2\pi R$ , el radio del planeta es también la mitad del de la Tierra:  $R_p = R_T/2$ .

Por otro lado, puesto que se conserva la energía mecánica del movimiento, y asignando 0 a la energía mecánica fuera del alcance gravitatorio (con velocidad nula),

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{R} = 0; \quad v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Por tanto,

$$\frac{v_{e,p}}{v_{e,T}} = \sqrt{\frac{M_p R_T}{M_T R_p}} = \sqrt{4} = 2$$

- b) La aceleración de la gravedad en la superficie viene dada por  $g = G\frac{M}{R^2}$  por lo que

$$\frac{g_p}{g_T} = \frac{M_p R_T^2}{M_T R_p^2} = 8; \quad g_p = 8 \cdot g_T = 8 \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 78,48 \text{ m/s}^2 \rightarrow \vec{g}_p = -78,48 \vec{u}_r \text{ m/s}^2$$

### Pregunta 2.-

- a) La amplitud está relacionada con la velocidad máxima según:  $A = v_{\max}/\omega = 10/\pi \text{ cm}$ .

para calcular la fase inicial: según el enunciado la velocidad  $v(t) = 5 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{3\pi}{2}\right)$

y la elongación será:

$$x(t) = \frac{10}{\pi} \cos\left(\frac{\pi}{2}t + \phi\right) \text{ la velocidad la obtenemos derivando}$$

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{10\pi}{\pi 2} \text{ sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \phi\right) = -5 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \phi\right) = 5 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{2}t + \phi + \pi\right)$$

Comparando las dos expresiones de la velocidad:

$$\phi + \pi = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

- b) La energía mecánica es constante y puede escribirse como  $E = \frac{1}{2} m v_{\max}^2 = \frac{1}{2} 2 \times 10^{-3} (5 \times 10^{-2})^2 \text{ J}$   
 $E = 25 \times 10^{-7} \text{ J}$ . Cuando  $t = 1 \text{ s}$  la velocidad es  $v(1) = 5 \text{ sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot 1 + \frac{3\pi}{2}\right) = 5 \text{ sen}(2\pi) = 0 \text{ cm/s}$  por tanto la energía cinética es cero y la potencial igual a la energía total.

### Pregunta 3.-

- a) La fuerza magnética vale:  $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B} = -e v B (\vec{i} \times \vec{k}) = e v B \vec{j}$ . El electrón es desplazado en sentido positivo del eje Y. Su modulo vale  $F = 3,2 \cdot 10^{-23}$  N.
- b) La fuerza debida a un campo eléctrico es  $\vec{F}_e = -e \vec{E}$ . Esta fuerza debe ser igual y de sentido contrario a la magnética, es decir:  $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$ ;  $\vec{F}_e = -\vec{F}_m = -e v B \vec{j}$ .
- Por tanto,  $\vec{E} = v B \vec{j} = 2 \cdot 10^{-4} \vec{j}$  V/m.

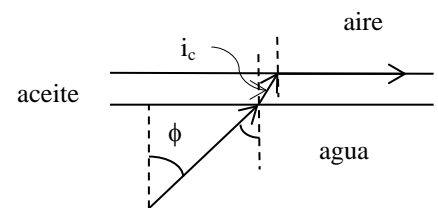
### Pregunta 4.-

- a) El valor del ángulo límite aceite-aire:

$$1,48 \text{sen} i_c = \text{sen} 90^\circ \rightarrow i_c = 42,51^\circ$$

- b) El menor ángulo  $\phi$  del rayo (con la normal), para que se produzca la reflexión total en la superficie aceite-aire:

$$1,33 \text{sen} \phi = 1,48 \text{sen} i_c = \text{sen} 90^\circ \rightarrow \phi = 48,75^\circ$$



### Pregunta 5.-

- a) Utilizando la expresión para la longitud de onda de De Broglie tenemos:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{6,62 \times 10^{-27} \times 1,03 \times 10^{-10}} = 972,34 \text{ m s}^{-1}$$

- b) La energía del fotón ultravioleta vale:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow E = \frac{6,63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{200 \times 10^{-9}} = 9,95 \times 10^{-19} \text{ J} = 6,2 \text{ eV}$$

Y el potencial de frenado  $V_s$  se calcula a partir de la expresión:

$$eV_s = E_{c_{\max}} = h\nu - \phi = 6,2 - 4,7 = 1,5 \text{ eV} \Rightarrow V_s = 1,5 \text{ V}$$